PART3　多項式の除法

例題

(1)　多項式 x^3+2x-3 を多項式 x^2+2x-1 で割ったときの商と余りを求めよ。

(2)　多項式 P を多項式 x^2-2x-1 で割ると，商が $2x-3$，余りが $-2x$ である。このとき，多項式 P を求めよ。

Point Pickup

練習

(1) 多項式 $2x^3-5x^2+4x-1$ を多項式 x^2-x+1 で割ったときの商と余りを求めよ。

(2) 多項式 x^3-2x^2-4x+8 を多項式 A で割ると，商が $x+1$，余りが $-5x+4$ である。このとき，多項式 A を求めよ。

第1講　PART3 確認問題

1 多項式 $3x^3-4x^2+13x+9$ を多項式 x^2-2x+5 で割ったときの商と余りを求めよ。

商　$\boxed{\text{ア}}x+\boxed{\text{イ}}$

余り　$\boxed{\text{ウ}}x-\boxed{\text{エ}}$

2 多項式 $x^3+x^2-9x+10$ を多項式 A で割ると，商が $x+3$，余りが $-6x+1$ である。このとき，多項式 A を求めよ。

$A=x^2-\boxed{\text{オ}}x+\boxed{\text{カ}}$

PART3　多項式の除法

例題

(1)　多項式 x^3+2x-3 を多項式 x^2+2x-1 で割ったときの商と余りを求めよ。

(2)　多項式 P を多項式 x^2-2x-1 で割ると, 商が $2x-3$, 余りが $-2x$ である。このとき, 多項式 P を求めよ。

(1)

$$
\begin{array}{rrrrr}
 & x & -2 & & \\ \cline{2-5}
x^2+2x-1 \big) & x^3 & & +2x & -3 \\
 & x^3 & +2x^2 & -x & \\ \cline{2-5}
 & & -2x^2 & +3x & -3 \\
 & & -2x^2 & -4x & +2 \\ \cline{3-5}
 & & & 7x & -5
\end{array}
$$

商 $x-2$　　余り $7x-5$

(2)　$P=(x^2-2x-1)\times(2x-3)-2x=2x^3-7x^2+2x+3$

練習

(1)　多項式 $2x^3-5x^2+4x-1$ を多項式 x^2-x+1 で割ったときの商と余りを求めよ。

(2)　多項式 x^3-2x^2-4x+8 を多項式 A で割ると，商が $x+1$，余りが $-5x+4$ である。このとき，多項式 A を求めよ。

(1)

$$
\begin{array}{r|l}
 & 2x\ \ -3 \\ \hline
x^2-x+1 & 2x^3-5x^2+4x-1 \\
 & \underline{2x^3-2x^2+2x} \\
 & -3x^2+2x-1 \\
 & \underline{-3x^2+3x-3} \\
 & -x+2
\end{array}
$$

商 $2x-3$　　余り $-x+2$

(2)　$x^3-2x^2-4x+8=A\times(x+1)-5x+4$

$x^3-2x^2+x+4=(x+1)\times A$

よって，x^3-2x^2+x+4 を $x+1$ で割ると割り切れ，

その商が A である。

したがって　$A=x^2-3x+4$

$$
\begin{array}{r|l}
 & x^2-3x\ \ +4 \\ \hline
x+1 & x^3-2x^2+\ x+4 \\
 & \underline{x^3+\ x^2} \\
 & -3x^2+\ x \\
 & \underline{-3x^2-3x} \\
 & 4x+4 \\
 & \underline{4x+4} \\
 & 0
\end{array}
$$

第１講　PART3 確認問題 解答

1

[正解] ア：3，イ：2，ウ：2，エ：1

[解説]

$3x^3-4x^2+13x+9$ を x^2-2x+5 で割る。

$$\begin{array}{r|l} & 3x+2 \\ \hline x^2-2x+5 & 3x^3-4x^2+13x+9 \\ & 3x^3-6x^2+15x \\ \hline & \quad 2x^2-2x+9 \\ & \quad 2x^2-4x+10 \\ \hline & \qquad 2x-1 \end{array}$$ [A]

商　**$3x+2$**　　余り　**$2x-1$**

[A]　多項式 A を多項式 B で割る計算の手順
① A，B を，それぞれ降べきの順に並べる。
② 割られる式 A に「欠けている次数の項」があれば，その部分をあけておく。
③ 余りが 0 になるか，余りの次数が割る式 B の次数より低くなるまで割り算を行う。

2

[正解] オ：2，カ：3

[解説]

除法の原理より

$$x^3+x^2-9x+10=A\times(x+3)-6x+1$$ [B]

であるから

$$x^3+x^2-3x+9=(x+3)\times A$$

よって，x^3+x^2-3x+9 を $x+3$ で割ると割り切れ，その商が A である。

$$\begin{array}{r|l} & x^2-2x+3 \\ \hline x+3 & x^3+x^2-3x+9 \\ & x^3+3x^2 \\ \hline & \quad -2x^2-3x \\ & \quad -2x^2-6x \\ \hline & \qquad 3x+9 \\ & \qquad 3x+9 \\ \hline & \qquad\quad 0 \end{array}$$

したがって　$A=\boldsymbol{x^2-2x+3}$

[B]　多項式 A を多項式 B で割った商を Q，余りを R とすると
$A=BQ+R$
（R は 0 か，B より次数の低い多項式）
を満たす多項式 Q，R がただ 1 つに定まる。